

文章编号: 1000-8055(2012)09-2021-07

宽频声传播计算中多自由度时域阻抗边界条件的适定性

李小艳, 李晓东

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 旨在验证一种多自由度时域阻抗边界条件在宽频声传播问题中的适用性与精度. 选用 NASA (美国国家航空航天局) 流管实验数据进行数值校核; 采用高精度计算气动声学方法数值求解线性化欧拉方程. 计算结果与实验数据及单频结果均吻合很好, 表明了该多自由度时域阻抗边界条件具备精确处理宽频声传播问题的能力.

关 键 词: 阻抗; 多自由度; 宽频; 时域; 数值模拟

中图分类号: V231

文献标志码: A

Well-posedness of the multi-freedom time domain impedance boundary condition for broadband sound propagation numerical simulation

LI Xiao-yan, LI Xiao-dong

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The main objective is to validate the feasibility and accuracy of a multi-freedom time domain impedance boundary condition for broadband sound propagation problems. The NASA (National Aeronautics and Space Administration) grazing incidence tube experiment data was selected for numerical validation. The linearized Euler equation was solved by a high order computational aeroacoustics approach. The obtained numerical results are in good agreement with both the experimental data and results from single frequency simulation. It is demonstrated that the multi-freedom broadband impedance boundary condition is viable and accurate for the description of broadband sound propagation over impedance surfaces.

Key words: impedance; multi-freedom; broadband; time-domain; numerical simulation

声衬以阻抗的形式定义在频域中. 声衬技术被广泛用于航空领域主要以降低飞机发动机风管道噪声. 风扇噪声具有宽频特性, 建立在频域分析基础上的阻抗边界条件在处理宽频问题的计算上既困难又费力. 对于宽频声衬优化设计, 一般采用时域数值模拟方法, 这样除了易于处理非线性

及全三维等声传播问题外, 其中重要的一点是便于宽频声传播问题的计算, 扩展实际工程设计能力, 减少设计周期.

宽频时域阻抗边界条件的研究是声衬条件下宽频声传播数值模拟的核心技术. 研究发现已有的几种时域阻抗边界条件均存在各自的缺点和限

收稿日期: 2011-10-11

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120921.1251.014.html>

基金项目: 国家自然科学基金(NSFC-10972022); 博士点基金(20091102110011)

作者简介: 李小艳(1982—), 女, 河北保定人, 博士生, 主要从事计算气动声学研究.

制. 基于 z 变换获得的扩展 Helmholtz 共振腔阻抗模型^[1]的优点是具有一定的宽频特性(仅限于周期性变化的声阻抗), 缺点是有时会出现计算的不稳定性, 而三参数阻抗边界条件^[2]优点是计算稳定, 缺点是不具备真正的宽频特性. Fung 和 Ju^[3-4]提出的反射系数相关的阻抗模型不能够精确刻画宽频共振点的阻抗. 基于 z 变换的有理函数模型^[5]不能保证适定性要求. Reymen 等^[6-7]提出了有理分式组合形式的宽频阻抗模型, 该模型除了不能够描述声阻抗恒定或声抗线性变化的声衬特性外, 基本可以作为一种宽频声衬模型.

李晓东等^[8]基于 Helmholtz 共振腔阻抗模型, 采用有理多项式组合的形式建立起通用的多自由度宽频阻抗模型; 并采用递归算法对频域内阻抗模型转化到时域内出现的卷积积分进行快速数值求解. 该多自由时域阻抗边界条件在处理单频声传播问题时的适定性以及精确性已经得到了严格的解析及实验验证^[8].

本文旨在对于李晓东等^[8]提出的多自由度宽频阻抗模型及时域数值模拟方法处理宽频声传播问题的有效性进行探讨. 第 1 节将给出宽频多自由度时域阻抗边界条件及数值实现方法; 第 2 节对 NASA(美国国家航空航天局)二维阻抗管实验标准问题进行数值求解以验证该阻抗边界条件; 最后给出结论.

1 宽频多自由度时域阻抗边界条件

多自由度阻抗模型(multi-freedom, MFD)^[8]形式:

$$Z_{\text{mfd}} = -i a \omega + b + \sum_{p=0}^N \left(\frac{r_p}{\omega - i \lambda_p} + \frac{r_p^*}{\omega - i \lambda_p^*} \right) \quad (1)$$

公式(1)中, r_p 可以取成复数形式, λ_p 可以为任意变化规律的复数, 以用来代表各种阻抗曲线特性. 为了满足适定性要求, λ_p 的实部须大于 0; a, b 均为大于 0 的实数. 该阻抗模型的适定性已经在以前发表的文章中得到验证^[8]. 本文采用基于矢量拟合的方法获得阻抗模型参数^[9].

对于 MFD 模型, 相应的时域阻抗边界条件可以写成下列形式:

$$p'(t) = a \frac{dv'_n}{dt} + b v'_n + \sum_{p=0}^N 2 \operatorname{Re}[r_p \varphi_p(t)] \quad (2)$$

假设相邻两个时刻的速度线性变化, 时间推

进采用针对卷积积分的递归算法. Δt 为时间步长, 递归算子为

$$\begin{aligned} \phi_p(s \Delta t) &= \sum_{m=0}^{s-1} \{v'_n[(s-m)\Delta t](\eta_p^m - \zeta_p^m) + \\ v'_n[(s-m-1)\Delta t] \zeta_p^m\} &= v'_n(s \Delta t)(\eta_p^0 - \zeta_p^0) + \\ v'_n[(s-1)\Delta t] \zeta_p^0 + e^{\lambda_p \Delta t} \phi_p[(s-1)\Delta t] \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta_p^{m+1} &= e^{\lambda_p \Delta t} \eta_p^m, \\ \zeta_p^{m+1} &= e^{\lambda_p \Delta t} \zeta_p^m, \\ \zeta_p^0 &= \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\Delta t}{c_p} - \frac{1}{c_p^2} \right) e^{\lambda_p \Delta t} + \frac{1}{c_p^2} \right], \\ \eta_p^0 &= \frac{e^{\lambda_p \Delta t} - 1}{c_p}. \end{aligned}$$

在接下来的时域数值模拟中, 控制方程空间离散采用频散相关保持格式^[10](dispersion relation preserving scheme, DRP). 时间离散采用 Tam 等优化得到的 Adams-Bashforth 格式^[11], 该时间推进格式具有高的精度和较好的稳定性, 以及低的频散耗散特性. 在阻抗边界处, 引入鬼点^[12], 求得鬼点处声压

$$\begin{aligned} p_{-1}^s &= \frac{1}{a a_7^{62}} \left[p_0^s - a \sum_{L=1}^6 a_L^{62} \frac{p_{0+L}^s}{\Delta x} + \right. \\ &\quad \left. b u_0^s + c_0 I^s + \sum_{p=0}^j 2 \operatorname{Im}(c_p \varphi_p^s) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

2 NASA 流管标准算例

为了验证提出的时域阻抗边界条件应用于宽频声传播的正确性, 采用 NASA Langley 研究中心的切向流动阻抗管装置(grazing impedance tube, GIT)^[13]作为测试算例, 通过与实验数据进行比较, 对本文的数值模拟结果进行校核. 由于该实验中涉及到的最小的声波长度都远大于测试阻抗管的横向尺寸, 因此原三维阻抗管内声传播问题可以简化成二维问题处理. 具体尺寸如图 1 所示.

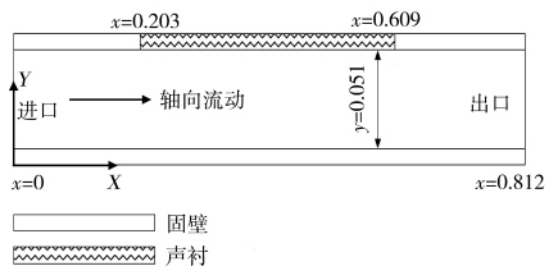


图 1 NASA 流管实验装置(单位: m)

Fig. 1 Experiment configuration of NASA GIT (unit: m)

在 NASA 流管实验中, 输入声源为多个频率

的平面波,频率范围为 500~3 000 Hz,间隔为 100 Hz. 声衬为陶瓷管式,穿孔率为 57%,长度为 0.406 m,位于在管道上壁面中间位置. 管道末端为消声环境. 实验中对于不同背景流动条件下管道内流场及下壁面声压级分布进行了测量,并提取出了相应的阻抗信息.

对于该二维阻抗流管问题,数值模拟时选用线化欧拉方程作为主控方程为如式(5)所示.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial U}{\partial y} + DU = 0 \quad (5)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} Ma(y) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Ma(y) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & Ma(y) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & Ma(y) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ma'(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

式中 ρ, u, v, p 分别为无量纲化声波密度,轴向和径向速度分量,压力. $Ma(y)$ 为轴向马赫数分布.

计算域大小为 $[0, 0.812] \text{ m} \times [0, 0.051] \text{ m}$. 空间离散选用 DRP (dispersion relation preserving) 格式,要求每波长至少需要 5.7 个点,本文在数值模拟中采用的网格能够保证最高频率 (3 000 Hz) 条件下每波长有 10 个点.

在数值模拟中,该问题的计算边界均选用计算气动声学中经典的高精度边界条件. 声衬表面采用多自由度时域阻抗边界条件^[8],并通过递归算法进行数值计算. 固壁边界采用 Tam 和 Dong^[12] 提出的引入鬼点的高阶固壁边界条件.

由于在进行数值模拟时,计算域不可能取得无限大,在计算域的进、出口处需要进行处理,以使计算域外无关的信息不会影响到计算域内的模拟,而计算域内的相关信息能传出. 本文采用完全耦合层边界条件 (perfectly matched layer, PML)^[14] 对进、出口边界进行处理. PML 边界条

件如式(6)所示.

$$\frac{\partial U'}{\partial t} + A \frac{\partial U'}{\partial x} + B \frac{\partial U'}{\partial y} + DU' + \sigma_x U' + \frac{\sigma_x Ma(y)}{1 - Ma(y)^2} AU' = 0 \quad (6)$$

辅助变量 q 定义为 $dq/dt = U'$, σ_x 为 PML 边界阻尼层吸收系数.

出流边界处 $U' = U$. 对于入流边界, $U' = U - U_{\text{in}}$, U_{in} 为输入声源.

3 数值模拟结果及分析

本文对于 NASA 标准算例分别采用单频输入声源及宽频输入声源进行数值计算. 单频输入声源采用下面表达式:

$$U_{\text{in}} = \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ u_{\text{in}} \\ v_{\text{in}} \\ p_{\text{in}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \sin \left[\omega \left(\frac{x}{1 + Ma_x} - t \right) + \varphi \right] \quad (7)$$

其中 A 为声压幅值: $2\sqrt{2} \times 10^{S_{\text{pl}}/20} \times p_{\text{ref}}$, $p_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5} / \rho_0 c_0^2$; 相位 φ 为 0; SPL 为声源声压级 (可记为 S_{pl}), $S_{\text{pl}} = 130 \text{ dB}$.

宽频声源,入射声波为多个频率叠加形式,

$$U_{\text{in}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \sum_{j=1}^N A_j \sin \left[\omega_j \left(\frac{x}{1 + Ma_x} - t \right) + \phi_j \right] \quad (8)$$

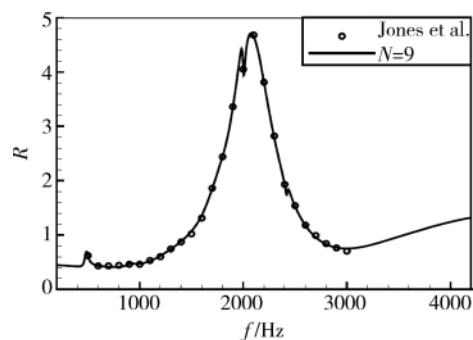
其中 N 为离散的声源频带数, A_j 为各个频率的声压幅值, $A_j = 2\sqrt{2} p_{\text{ref}} \sum_j 10^{S_{\text{pl}j}/20}$.

宽频数值模拟计算结果经过傅里叶分析,可以变换得到相应频率下的声场特性.

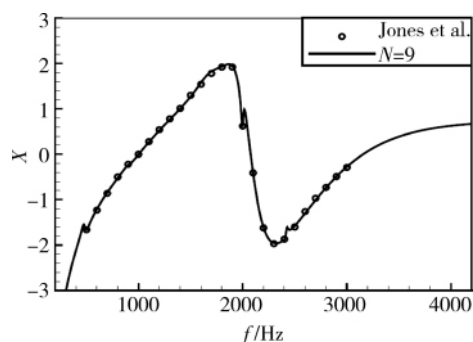
3.1 无流动条件下算例

在检验多自由度时域阻抗边界条件对于宽频问题适用性之前,需要保证所采用的宽频阻抗模型和实验测得值吻合度较高. 本文采用矢量拟合方法^[9] 优化得到多自由度阻抗模型参数. 图 2 所示不同频率下多自由度阻抗模型拟合阻抗值和 NASA^[13] 实验结果比较,可以看出本文采用的阻抗拟合曲线和实验数据很好地吻合.

图 3 列出了数值模拟结果和 NASA 流管实验的固壁声压级分布的对比情况. 数值模拟采用相同的阻抗模型参数,即单频和宽频数值模拟阻抗数据均采用拟合得到的阻抗曲线所代表的阻抗



(a) 声阻比较



(b) 声抗比较

图 2 无流动条件下声阻和声抗分布比较:
多自由度阻抗模型拟合数据
和 NASA^[13] 实验数据

Fig. 2 Comparison of resistance and reactance without flow; approximated impedance of the fitted broadband impedance model and Experiment data^[13]

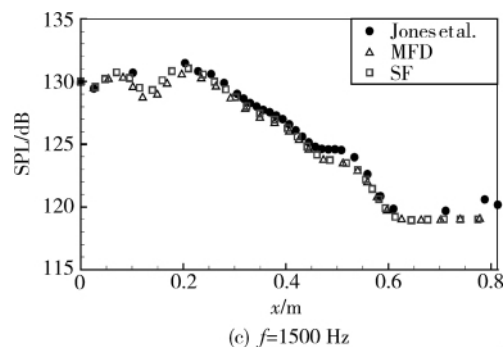
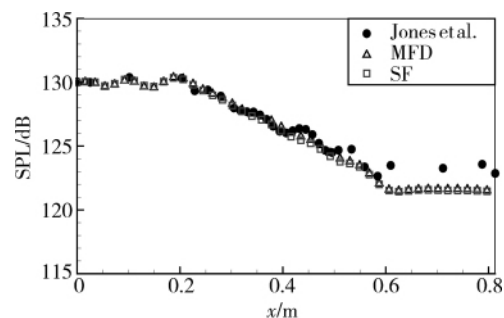
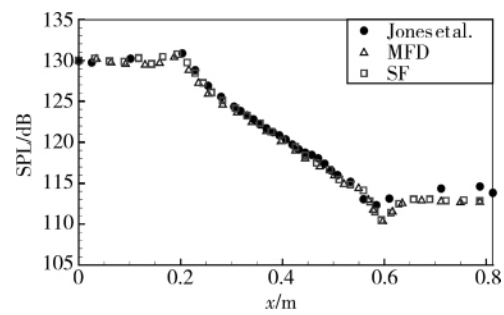
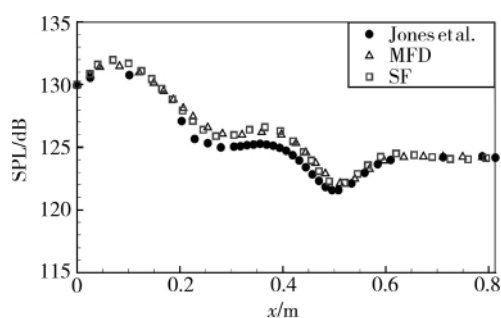
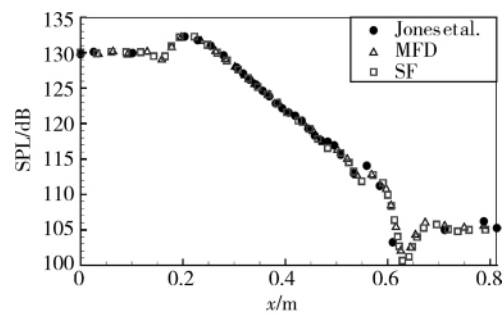
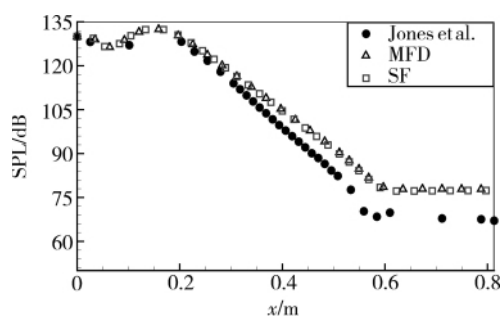
(c) $f=1500$ Hz(d) $f=2000$ Hz(e) $f=2500$ Hz(f) $f=3000$ Hz(a) $f=500$ Hz(b) $f=1000$ Hz

图 3 无流动条件下,声压级沿固壁分布:数值
模拟结果和 Jones et al.^[13] 结果比较

Fig. 3 Sound pressure level along the opposite wall of the liner without flow; the CAA (computational aeroacoustic approach) results compared to the experiment data by Jones et al.^[13]

值. 为了便于和单频及实验结果相比较, 宽频数值模拟结果采用傅里叶变换的方式得到各个频率条

件下的声传播特性. SF 表示单频数值模拟结果, MFD 表示宽频数值模拟结果. 从图中可以看出, 在 500~3000 Hz 范围内, 单频及宽频数值模拟结果均和实验结果较好地吻合, 能够比较准确地刻画出阻抗管内各个频率条件下声传播特性. 并且在相同阻抗条件下, 单频和宽频模拟结果精确吻合, 即单频和宽频数值模拟在相同阻抗条件下精度一致. 这说明了本文所采用的宽频时域阻抗边界条件和数值模拟方法是精确和可行的, 即能够用于宽频阻抗条件下声传播特性的数值模拟.

为了研究多自由度宽频阻抗模型拟合得到的阻抗值和实验阻抗数据之间的偏差对声传播的影响, 接下来采用 NASA 精确实验阻抗值对 2000 Hz 和 2500 Hz 条件下阻抗管声传播进行数值模拟.

图 4、图 5 所示分别为频率 2000 Hz 和频率 2500 Hz 条件下, 声压级沿固壁分布比较. 其中,

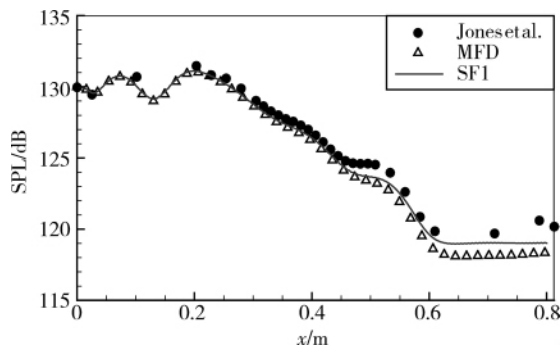


图 4 无流动条件下, $f=1500$ Hz, 声压级沿固壁分布: 数值模拟结果和 Jones et al. [13] 结果比较

Fig. 4 Sound pressure level along the opposite wall of the liner without flow; the CAA results compared to the experiment data by Jones et al. [13]

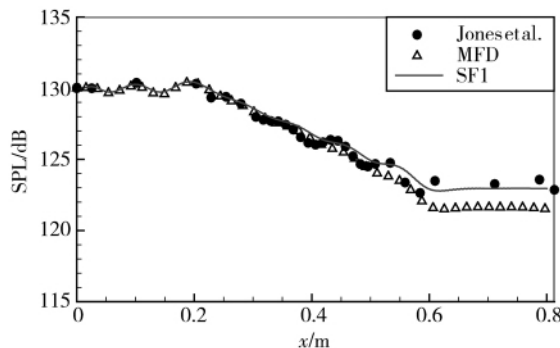


图 5 无流动条件下, $f=2500$ Hz, 声压级沿固壁分布: 数值模拟结果和 Jones et al. [13] 结果比较

Fig. 5 Sound pressure level along the opposite wall of the liner without flow; the CAA results compared to the experiment data by Jones et al. [13]

SF1 表示单频实验阻抗值数值模拟结果, MFD 表示宽频拟合阻抗曲线数值模拟结果.

从图 4 和图 5 可以看出单频实验阻抗值数值模拟结果更贴近实验结果, 这是由于宽频多自由度阻抗模型拟合曲线阻抗值和实验测得到阻抗信息存在一定偏差. 但是, 多自由度宽频阻抗模型模拟得到的声传播特性与实验测量值相比较, 最大相对误差不大于 1%.

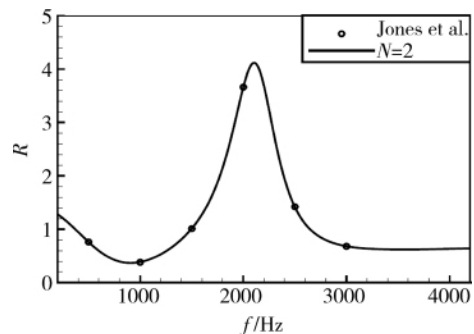
3.2 流动条件下算例

为了检验多自由度阻抗边界条件及数值模拟方法在流动条件下的适用性, 接下来选用管道中心线处 $Ma=0.1$ 条件下 NASA 实验测得的声学数据 [13] 进行对比. 该算例平均流场采用完全发展的管道层流 [15]:

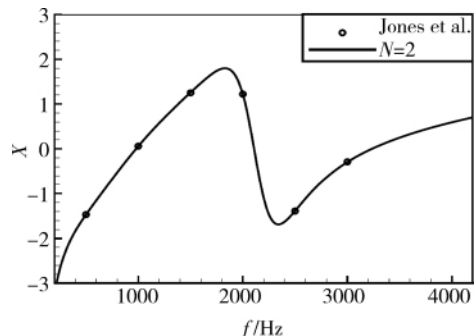
$$Ma(y) = (Ma_{\max} - Ma_e)y/h(1 - y/h) + Ma_e$$

其中 $Ma_{\max}$ 为流场中最大马赫数, 为 0.1, 壁面有效马赫数 $Ma_e = 0$.

拟合得到的多自由度阻抗模型和实验数据吻合很好, 如图 6 所示.



(a) 声阻比较

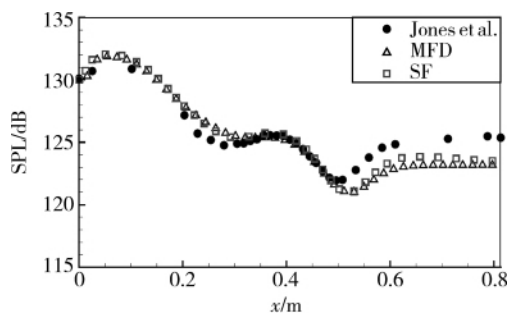


(b) 声抗比较

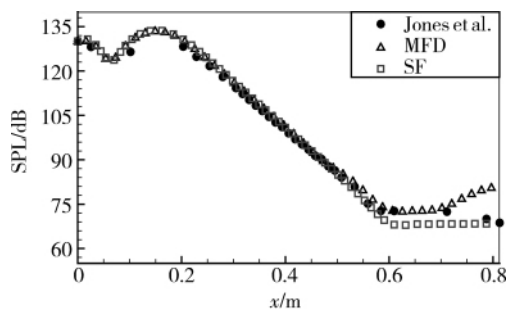
图 6 流动条件下声阻和声抗分布比较: 多自由度阻抗模型拟合数据和 NASA [13] 实验数据

Fig. 6 Comparison of resistance and reactance with flow; approximated impedance of the fitted broadband impedance model and experiment data [13]

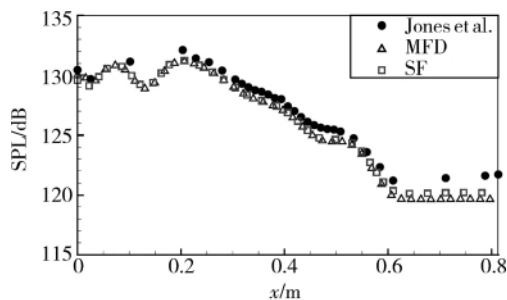
图 7 所示为 $Ma=0.1$ 条件下采用宽频多自由度时域阻抗边界条件数值模拟结果和 NASA



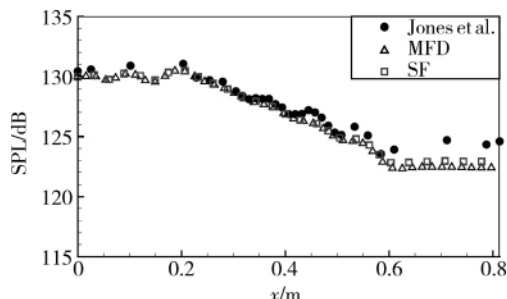
(a) $f=500$ Hz



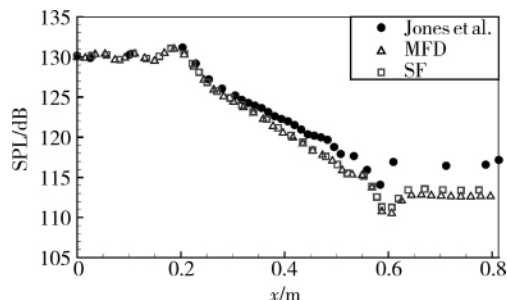
(b) $f=1000$ Hz



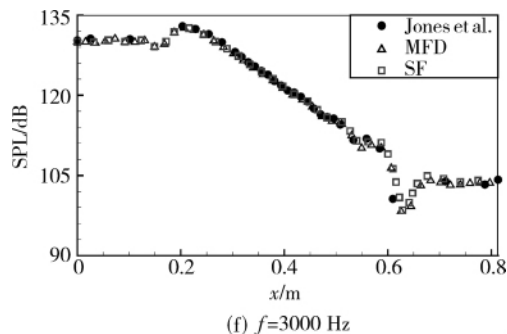
(c) $f=1500$ Hz



(d) $f=2000$ Hz



(e) $f=2500$ Hz



(f) $f=3000$ Hz

图 7 $Ma=0.1$ 流动条件下,声压级沿固壁分布:数值模拟结果和 Jones et al. 结果^[13] 比较

Fig. 7 Sound pressure level along the opposite wall of the liner without flow; the CAA results compared to the experiment data by Jones et al.^[13]

流管实验的固壁声压级分布的对比情况. SF 表示单频数值模拟结果, MFD 表示宽频数值模拟结果. 单频和宽频数值模拟均采用相同的阻抗模型参数.

从图 7 中可以看出:在 500~3000 Hz 频率范围内,本文的宽频数值模拟结果与 NASA 流管实验测得的结果较好地吻合. 宽频数值模拟精度和单频数值模拟精度在整个频率范围内基本一致. 数值模拟结果表明多自由度阻抗边界条件及数值模拟方法对于流动条件下宽频声传播问题的数值模拟也是适用的.

4 结 论

本文对多自由度宽频时域阻抗边界条件在宽频条件下声传播问题中的适用性进行了数值模拟验证. 针对 NASA 二维阻抗管标准问题进行了宽频数值模拟计算,并与实验结果进行比较. 无流动及流动条件下的数值模拟结果均与实验数据较好地吻合,表明宽频多自由度时域阻抗边界条件和数值模拟方法可以用于时域宽频声传播问题的计算,并可以得到精确结果.

参考文献:

- [1] Rienstra S W. Impedance models in time domain, including the extended Helmholtz resonator model[R]. AIAA-2006-2686, 2006.
- [2] Tam C K W, Auriault L. Time domain impedance boundary for computational aeroacoustics[J]. AIAA Journal, 1996, 34(5): 917-923.
- [3] Fung K Y, Ju H B, Tallapragada B. Impedance and its time-domain extensions[J]. AIAA Journal, 2000, 38(1): 30-38.
- [4] Fung K Y, Ju H B. Broadband time-domain impedance

- models[J]. AIAA Journal, 2001, 39(8): 1449-1454.
- [5] Ozyoruk Y, Long L Y, Jones M G. Time-domain numerical simulation of a flow-impedance tube[J]. Journal of Computational Physics, 1998, 146(1): 29-57.
- [6] Reymen Y, Baelmans M, Desmet W. Time-domain impedance formulation suited for broadband simulations[R]. AIAA-2007-3519, 2007.
- [7] Reymen Y, Baelmans M, Desmet W. Efficient implementation of Tam and Auriault's time-domain impedance boundary condition[J]. AIAA Journal, 2008, 46(9): 2368-2376.
- [8] 李晓东, 李小艳. 适用于时域计算的多自由度宽频阻抗模型研究[J]. 声学学报, 2011, 36(5): 496-505.
LI Xiaodong, LI Xiaoyan. Study on the multi-freedom broadband impedance model for time-domain simulations [J]. Acta Acustica, 2011, 36(5): 496-505. (in Chinese)
- [9] Gustavsen B, Semlyen A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1999, 14(3): 1052-1061.
- [10] Tam C K W, Webb J C. Dispersion relation preserving finite difference schemes for computational acoustics[J]. J. Comp. Phys., 1993, 107(2): 262-281.
- [11] Tam C W, Webb J C, Dong Z. A study of the short wave components in computational acoustics [J]. Journal of Computational Acoustics, 1993, 1(1): 1-30.
- [12] Tam C K W, Dong Z. Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 1994, 6(5/6): 303-322.
- [13] Jones M J, Watson M R, Parrot T L. Benchmark data for evaluation of aeroacoustic propagation codes with grazing flow[R]. AIAA-2005-2853, 2005.
- [14] Hu F Q. Development of PML absorbing boundary conditions for computational aeroacoustics; a progress review[J]. Computers & Fluids, 2008, 37(4): 336-348.
- [15] Li X D, Richter C, Thiele F. Time-domain impedance boundary conditions for surfaces with subsonic mean flows [J]. Journal of the Acoustical of America, 2006, 119(5): 2665-2676.